

VINGT ET UNIÈME LEÇON

PROBLÈMES D'ARITHMÉTIQUE

168. Problèmes d'arithmétique. — Résoudre un problème d'arithmétique, c'est rechercher, d'après les indications de l'énoncé, des nombres non connus qu'on appelle *les inconnues du problème*.

D'une manière générale on cherche à ramener le problème proposé à un problème plus simple portant sur une seule inconnue. Il est souvent utile de s'aider d'un schéma.

169. 1^{er} Exemple. Trouver deux nombres connaissant leur somme et leur différence.

PROBLÈME. — *Un rectangle a pour demi-périmètre 196 m. Trouver ses deux dimensions sachant que la longueur a 52 m de plus que la largeur.*

Il s'agit de trouver deux longueurs connaissant leur somme 196 m et leur différence 52 m.

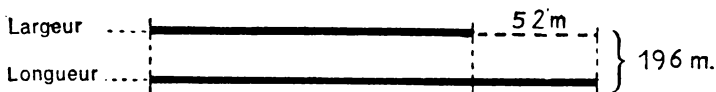


Fig. 157.

Or le schéma (fig. 157) montre que si on retranche 52 m du demi-périmètre il reste le double de la largeur. Donc :

$$\text{La largeur mesure : } \frac{196 \text{ m} - 52 \text{ m}}{2} = 72 \text{ m.}$$

On voit de même que si on ajoute 52 m au demi-périmètre on obtient le double de la longueur. Donc :

$$\text{La longueur mesure : } \frac{196 \text{ m} + 52 \text{ m}}{2} = 124 \text{ m.}$$

$$\text{VÉRIFICATION } \left\{ \begin{array}{l} 124 \text{ m} + 52 \text{ m} = 176 \text{ m.} \\ 124 \text{ m} - 72 \text{ m} = 52 \text{ m.} \end{array} \right.$$

On opère de même pour partager une somme donnée en deux parties dont on connaît la différence. D'une façon générale :

170. Règle. — *Étant donné la somme et la différence de deux nombres :*

1^o On obtient le plus petit des deux nombres en retranchant la différence de la somme et en divisant le résultat par deux.

2^o On obtient le plus grand des deux nombres en ajoutant la somme et la différence et en divisant le résultat par deux.

$$\begin{aligned} \text{Plus petit nombre} &= \frac{1}{2} (\text{somme} - \text{différence}) \\ \text{Plus grand nombre} &= \frac{1}{2} (\text{somme} + \text{différence}) \end{aligned}$$

Remarquons que l'on peut se contenter de calculer ainsi l'un des deux nombres puis d'en déduire l'autre.

Ainsi (n^o 169) nous aurions pu dire, après avoir calculé la largeur :

La longueur mesure : $72 \text{ m} + 52 \text{ m} = 124 \text{ m}$.

171. 2^e Exemple. — *Les inconnues s'obtiennent en ajoutant ou en retranchant à l'une d'elles des nombres connus.*

PROBLÈME. — *Partager 3 200 NF entre 3 personnes de façon que la seconde ait 250 NF de plus que la première et 300 NF de moins que la troisième.*

Ramenons le problème à la plus petite part : celle de la première personne. S'il s'agissait de longueurs nous serions conduits au schéma (fig. 158). On voit

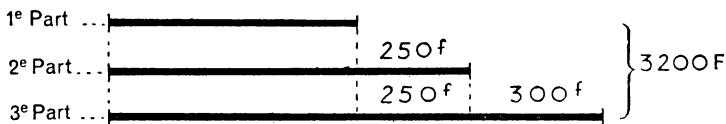


Fig. 158.

que la première part a 250 NF de moins de la seconde et $250 \text{ NF} + 300 \text{ NF} = 550 \text{ NF}$ de moins que la troisième. En retranchant $250 \text{ NF} + 550 \text{ NF} = 800 \text{ NF}$ de la somme totale il reste 3 fois la première part. Donc :

$$\text{Première part : } \frac{3\ 200 \text{ NF} - 800 \text{ NF}}{3} = \frac{2\ 400 \text{ NF}}{3} = 800 \text{ NF.}$$

$$\text{Deuxième part : } 800 \text{ NF} + 250 \text{ NF} = 1\ 050 \text{ NF.}$$

$$\text{Troisième part : } 1\ 050 \text{ NF} + 300 \text{ NF} = 1\ 350 \text{ NF.}$$

VÉRIFICATION. — $800 \text{ NF} + 1\ 050 \text{ NF} + 1\ 350 \text{ NF} = 3\ 200 \text{ NF}$.

Remarquons qu'en ajoutant $250 \text{ NF} + 300 \text{ NF} = 550 \text{ NF}$ à la première part, 300 NF à la seconde, soit $300 \text{ NF} + 550 \text{ NF} = 850 \text{ NF}$ à la somme totale on obtient 3 parts égales à la troisième, ce qui permet de commencer le calcul par celui de la troisième part.

172. 3^e Exemple. — *Les inconnues s'obtiennent en multipliant l'une d'entre elles par des nombres connus.*

PROBLÈME I. — *Partager une pièce d'étoffe de 120 m de long en trois coupons de façon que le second soit le double du premier et le troisième le triple du premier.*



Fig. 159.

On voit immédiatement d'après le schéma (fig. 159) que la pièce d'étoffe comprend $1 + 2 + 3 = 6$ fois le premier coupon :

Longueur du 1^{er} coupon : $120 \text{ m} : 6 = 20 \text{ m}$.

Longueur du second : $20 \text{ m} \times 2 = 40 \text{ m}$.

Longueur du troisième : $20 \text{ m} \times 3 = 60 \text{ m}$.

VÉRIFICATION. — $20 \text{ m} + 40 \text{ m} + 60 \text{ m} = 120 \text{ m}$.

PROBLÈME II. — *Partager une somme de 3 150 NF entre 3 personnes de façon que la part de la seconde soit le double de celle de la première plus 100 NF et que la part de la troisième soit le triple de la première plus 50 NF.*

On voit immédiatement qu'en retranchant 100 NF à la seconde part, 50 NF à la troisième soit : $100 \text{ NF} + 50 \text{ NF} = 150 \text{ NF}$ à la somme totale il reste : $1 + 2 + 3 = 6$ fois la première part :

Part de la première personne : $\frac{3\ 150 \text{ NF} - 150 \text{ NF}}{6} = 500 \text{ NF}$.

Part de la seconde : $500 \text{ NF} \times 2 + 100 \text{ NF} = 1\ 100 \text{ NF}$.

Part de la troisième : $500 \text{ NF} \times 3 + 50 \text{ NF} = 1\ 550 \text{ NF}$.

VÉRIFICATION : $500 \text{ NF} + 1\ 100 \text{ NF} + 1\ 550 \text{ NF} = 3\ 150 \text{ NF}$.

173. 4^e Exemple. — *Les inconnues sont proportionnelles à des nombres donnés.*

PROBLÈME. — *Trois ouvriers ont touché 112 NF pour un travail donné. Le premier y a travaillé 3 heures, le second 5 heures et le troisième 6 heures. Quelle somme revient à chacun d'eux?*

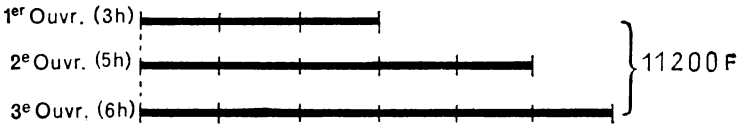


Fig. 160.

Il est clair (fig. 160) que le travail a nécessité $3 + 5 + 6 = 14$ heures de travail. Le salaire pour une heure est donc : $112 \text{ NF} : 14 = 8 \text{ NF}$.

Part du 1^{er} ouvrier : $8 \text{ NF} \times 3 = 24 \text{ NF}$.

Part du second : $8 \text{ NF} \times 5 = 40 \text{ NF}$.

Part du troisième : $8 \text{ NF} \times 6 = 48 \text{ NF}$.

VÉRIFICATION : $24 \text{ NF} + 40 \text{ NF} + 48 \text{ NF} = 112 \text{ NF}$.

Or le salaire d'un ouvrier est proportionnel au nombre d'heures de travail (n^o 149). C'est pourquoi on dit que :

112 NF a été partagé en trois parties proportionnelles à 3, 5 et 6.

Il en résulte la règle suivante, que l'on peut prendre pour définition :

Règle. — *Pour partager une grandeur donnée en parties proportionnelles à 3, 5 et 6 par exemple, on partage cette grandeur en $3 + 5 + 6 = 14$ parts égales.*

Les trois parties comprennent respectivement 3, 5 et 6 de ces parts.

174. Application : Règle de société.

Lorsque plusieurs personnes s'associent pour fonder une entreprise, elles apportent chacun un certain capital. La répartition des bénéfices annuels (ou des pertes) se fait proportionnellement aux capitaux apportés par les différents associés.

PROBLÈME. — *Trois associés ont apporté respectivement 150 000 NF, 200 000 NF et 300 000 NF dans une entreprise. Cette entreprise a réalisé, tous frais payés, un bénéfice net de 91 000 NF. Quelle est la part de bénéfice de chaque associé?*

Le capital total engagé est :

$$150\ 000\ \text{NF} + 200\ 000\ \text{NF} + 300\ 000\ \text{NF} = 650\ 000\ \text{NF}.$$

Il est clair que la part de bénéfice correspondant à 1 NF de capital est $\frac{91\ 000\ \text{NF}}{650\ 000}$. D'où :

$$\text{Part de bénéfice du 1}^{\text{er}} \text{ associé : } \frac{91\ 000\ \text{NF} \times 150\ 000}{650\ 000} = 21\ 000\ \text{NF}.$$

$$\text{Part de bénéfice du 2}^{\text{e}} \text{ associé : } \frac{91\ 000\ \text{NF} \times 200\ 000}{650\ 000} = 28\ 000\ \text{NF}.$$

$$\text{Part du bénéfice du 3}^{\text{e}} \text{ associé : } \frac{91\ 000\ \text{NF} \times 300\ 000}{650\ 000} = 42\ 000\ \text{NF}.$$

$$\text{VÉRIFICATION : } 21\ 000\ \text{NF} + 28\ 000\ \text{NF} + 42\ 000\ \text{NF} = 91\ 000\ \text{NF}.$$

175. 5^e Exemple. Les inconnues sont des fractions données l'une de l'autre.

PROBLÈME. — Partager une somme de 5 750 NF en 3 parties de façon que la première soit les $\frac{2}{3}$ de la seconde et soit les $\frac{3}{4}$ de la troisième.

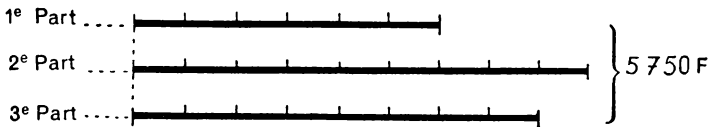


Fig. 161.

Divisons la première part en 6 lots égaux (fig. 161). On voit que la deuxième part comprend $\frac{6 \times 3}{2} = 9$ lots analogues et que la troisième en comprend $\frac{6 \times 4}{3} = 8$ lots. La somme totale comprend donc : $6 + 9 + 8 = 23$ lots égaux.

Chacun de ces lots vaut : $5\ 750\ \text{NF} : 23 = 250\ \text{NF}$.

Première part : $250\ \text{NF} \times 6 = 1\ 500\ \text{NF}$.

Deuxième part : $250\ \text{NF} \times 9 = 2\ 250\ \text{NF}$.

Troisième part : $250\ \text{NF} \times 8 = 2\ 000\ \text{NF}$.

VÉRIFICATION : $1\ 500\ \text{NF} + 2\ 250\ \text{NF} + 2\ 000\ \text{NF} = 5\ 750\ \text{NF}$.

On remarquera que le problème revient à partager 5 750 NF en parties proportionnelles à 6, 9 et 8.

EXERCICES**Exemple I. — Somme et différence.**

- **746.** Partager une somme de 347 000 NF en deux parties, sachant que l'une d'elles surpasse l'autre de 27 000 NF.
- **747.** Deux ménagères achètent en commun une caisse de dattes à 2,22 NF le kg et dont le prix s'élève à 27,75 NF. Comment doivent-elles se partager la dépense si l'une d'elles en prend 1,5 kg de plus que l'autre.
- **748.** Deux fûts contiennent ensemble 720 litres de vin. On a retiré 160 litres du premier et 90 litres du second. Il se trouve alors la même quantité de vin dans les deux fûts. Combien chacun d'eux contenait-il de vin?
- **749.** Deux cyclistes sont séparés par une distance de 36 km. S'ils allaient à la rencontre l'un de l'autre ils se rejoindraient en 40 minutes. Partant dans le même sens sur la même route, le premier rejoint le second au bout de 3 h 36 mn. Quelle est la vitesse de chacun des cyclistes?
- **750.** Une péniche descend un fleuve sur une longueur de 156 km. Le trajet aller dure 10 h 24 mn et le trajet retour 17 h 20 mn. Trouver la vitesse du courant et celle de la péniche en eau tranquille.
- **751.** Un champ a la forme d'un trapèze dont la hauteur est 52 m et dont une base a 36 m de plus que l'autre. Ce terrain est vendu en deux lots : le 1^{er} à raison de 2,50 NF le m², le 2^e, à raison de 2,25 NF le m². Sachant que le 2^e lot qui mesure 3 276 m² a une superficie triple de celle du 1^{er}, trouver le prix total du terrain et la longueur de chacune de ses bases.
- **752.** Deux morceaux de viande de même qualité pèsent ensemble 3 850 g. On les met sur chacun des plateaux d'une balance. Pour rétablir l'équilibre il faut mettre du côté du plus léger un poids de 1 hg et un poids de 50 g. Quel est à raison de 3,60 NF le kg le prix de chaque morceau de viande?

Exemple II. — Parts inégales de différence donnée.

- **753.** Une caisse contient des pommes, des poires et des oranges, en tout 785 fruits. Le nombre des poires est inférieur de 27 à celui des pommes et le nombre des oranges dépasse de 20 celui des poires. Trouver le nombre de fruits de chaque espèce.
- **754.** Partager une pièce d'étoffe de 37 m de long en 4 coupons de façon que la différence entre le 4^e et le 3^e, entre le 3^e et le 2^e, entre le 2^e et le 1^{er} soit 2,50 m.
- **755.** Le trajet Paris-Brest mesure 591 km, en passant par Alençon et Saint-Brieuc. La distance Paris-Alençon est inférieure de 61 km à la distance Alençon-Saint-Brieuc mais supérieure de 46 km à la distance Saint-Brieuc-Brest. Calculer les longueurs des trois étapes.
- **756.** On a pour 15,90 NF acheté 5 paquets de 250 g de café, 4 kg de sucre et 3 plaques de 250 g de chocolat. Sachant que le kg de sucre coûte 0,15 NF de plus que la plaque de chocolat et 0,75 NF de moins que le paquet de café, trouver le prix du kg de café, du kg de sucre et du kg de chocolat.
- **757.** Un héritage comprend : 7 actions Crédit Foncier au cours de 322 NF, 4 actions Kuhlmann au cours de 150 NF, 4 actions Saint-Gobain au cours de 560 NF. En outre, il reste à partager, après avoir payé les frais de succession, une somme de 6 750 NF en espèces. Comment feriez-vous équitablement le partage de cette somme entre 3 héritiers si le premier reçoit 4 Crédit Foncier et 1 Kuhlmann, le second 3 Crédit Foncier et 2 Kuhlmann, le troisième le reste des titres?

Exemple III. — Parts multiples de l'une d'elles.

- **758.** Diviser une pièce d'étoffe de 189 m en 3 coupons de façon que le 2^e soit le double du 1^{er}, et le 3^e le triple du second.
- **759.** Un père a 33 ans et son fils 5 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge du fils? (On remarquera que la différence des âges ne varie pas).
- **760.** La différence des fortunes de 2 personnes est 35 000 NF. Chacune d'elles économise 1 200 NF par an et, au bout de 5 ans, l'une possède 3 fois autant que l'autre. Quelle était la fortune de chaque personne? (On remarquera que la différence des fortunes ne varie pas).
- **761.** Dans un cinéma il y a des premières et des secondes et 4 fois plus de secondes que de premières; 1 billet de seconde coûte 0,60 NF et toutes les places étant occupées les 1 500 spectateurs présents ont procuré une recette totale de 1 140 NF. Quel est le nombre des spectateurs de chaque sorte? Quel est le prix d'un billet de première?
- **762.** On achète 8 chaises et 2 fauteuils pour 840 NF. Sachant qu'un fauteuil coûte autant que 3 chaises calculer le prix d'une chaise et celui d'un fauteuil.
- **763.** Calculer la superficie d'un terrain rectangulaire de 130 m de périmètre sachant que la longueur vaut 4 fois la largeur. Ce terrain a été acheté à raison de 12 NF le m² et il a fallu payer 25 % de frais en plus. A combien revient-il?
- **764.** Une usine emploie des ouvriers, des ouvrières et des apprentis. Le nombre des ouvrières est le double de celui des ouvriers plus 6. Le nombre des apprentis est inférieur de 7 à celui des ouvriers. Trouver le nombre des ouvriers, des ouvrières et des apprentis sachant que leur somme est 67.
- **765.** Partager une pièce d'étoffe de 49,50 m de long en 3 coupons de façon que le 2^e soit le double du 1^{er} plus 3 m et que le 3^e soit la demi-somme des deux autres.
- **766.** Partager une somme de 26 300 NF en 3 parts de façon que la seconde soit le double de la 1^{re} moins 1 700 NF et que la 3^e soit le triple de la 1^{re} plus 1 000 NF.
- **767.** Trois personnes se partagent 750 NF. La seconde a 50 NF de plus que la première et la troisième deux fois plus que la seconde. Quelle est la part de chacune?
- **768.** Une ménagère achète 6 serviettes de table, 8 serviettes de toilette et 12 torchons pour 62,40 NF. Le prix d'une serviette de table dépasse de 0,20 NF le prix de 2 torchons et le prix d'une serviette de toilette est inférieur de 0,15 NF au prix de 3 torchons. Trouver le prix d'une serviette de table, celui d'une serviette de toilette et celui d'un torchon.

Exemple IV. — Partages en parties proportionnelles.

- **769.** Trois ouvriers ont travaillé 20 jours, 25 jours et 27 jours dans un mois. Ils ont touché ensemble 619,20 NF Combien chacun a-t-il reçu?
- **770.** Un travail effectué par deux ouvriers leur a été payé 1 323 NF. Le 1^{er} y a travaillé 7 jours à 8 heures par jour et le second 10 jours à 7 heures par jour. Comment effectuez-vous le partage du salaire total?
- **771.** Trois cultivateurs ont loué un pâturage pour 196 NF. Le premier y fait paître 12 vaches, le second 9 et le troisième 7. Quelle sera la dépense pour chacun d'eux?
- **772.** Les 4 locataires d'un immeuble se répartissent la dépense pour le chauffage central proportionnellement au nombre de leurs radiateurs : 5 pour le premier, 6 pour le second, 7 pour le troisième et 9 pour le quatrième. D'autre part les 3 radiateurs de l'entrée et de l'escalier sont à frais communs. La dépense totale s'élève à 1 080 NF. Combien chacun doit-il payer?

- **773.** Un père donne 63 NF d'étrennes à ses 3 enfants. La moitié de cette somme est partagée également entre les 3 enfants. L'autre moitié est partagée proportionnellement à l'âge de chacun des 3 enfants. L'aîné a 15 ans, le second 11 ans et le troisième 9 ans. Trouver la part de chacun.
- **774.** Trois commerçants ont mis dans une affaire, le premier 480 000 NF, le second 600 000 NF et le troisième 700 000 NF. Le bénéfice a été de 445 000 NF. Combien revient-il à chacun sur ce bénéfice?
- **775.** Deux associés ont apporté dans une entreprise le premier 18 000 NF, le second 12 000 NF. Ils ont réalisé un bénéfice de 8 400 NF sur lequel le premier reçoit d'abord 10 %, pour indemnité de direction. Quelle est la part de chacun dans le bénéfice réalisé?
- **776.** La famille Dupont composée de 3 personnes et la famille Durand de 5 personnes effectuent ensemble la visite des châteaux de la Loire. M. Dupont règle les frais de voiture et de visite : 126 NF. M. Durand paie les frais de restaurant, d'hôtel et de garage : 154 NF. Au retour M. Durand et M. Dupont se répartissent la dépense totale proportionnellement au nombre de personnes de leurs familles. Comment doit s'effectuer ce règlement final?
- **777.** Trois communes voisines s'entendent pour effectuer leur électrification. L'installation du transformateur s'élève à 24 000 NF. La dérivation de la ligne à haute tension a 2,5 km de long et se compose de 3 câbles supportés par un pylône en ciment tous les 100 m (il y a un pylône à côté du transformateur, mais la connexion au départ est à la charge de l'E.D.F.). Le câble coûte 2 NF le mètre et chaque pylône revient à 124 NF. La dépense totale est répartie entre les trois communes suivant le nombre de ses habitants : 1 500 pour la première, 1 100 pour la seconde et 900 pour la troisième. Calculer la dépense de chacune des trois communes.

Exemple V. — Parts fractionnaires.

- **778.** Partager une somme de 84 000 NF entre 3 personnes de façon que la part de la seconde soit les $\frac{3}{5}$ de celle de la première et celle de la troisième les $\frac{6}{5}$ de celle de la première.
- **779.** Une pièce d'étoffe de 105 m a été partagée en trois coupons. Le premier représente les $\frac{3}{4}$ du second qui est lui-même les $\frac{4}{5}$ du troisième. Quelle est la longueur de chaque coupon?
- **780.** Partager une somme de 225 000 NF entre 3 personnes de façon que la part de la seconde soit les $\frac{3}{7}$ de celle de la première et que la part de la troisième soit la demi-somme des deux autres.
- **781.** Une somme de 98 700 NF est partagée entre 3 personnes. La part de la deuxième est les $\frac{3}{4}$ de celle de la première et celle de la troisième est la $\frac{1}{2}$ de celle de la première plus 6 900 NF. Calculer les trois parts.
- **782.** Une usine emploie 88 ouvriers. Le nombre des femmes est le $\frac{1}{3}$ de celui des hommes et celui des enfants est les $\frac{2}{5}$ de celui des femmes. Trouver le nombre d'hommes, de femmes et d'enfants employés à l'usine.
- **783.** Un caissier a payé trois factures. Le montant de la seconde est les $\frac{4}{5}$ de celui de la première, et celui de la troisième les $\frac{7}{4}$ de celui de la seconde. Trouver le montant de chacune des factures sachant que la somme de la deuxième et de la troisième surpasse de 1 200 NF le double de la première.
- **784.** Trois héritiers se partagent un héritage. La part du second est les $\frac{5}{6}$ de celle du premier plus 1 200 NF et la part du troisième est $\frac{2}{3}$ de celle du premier moins 5 000 NF. Sachant que le second a touché 47 000 NF de plus que le troisième on demande : 1° la part de chaque héritier. 2° le montant total de l'héritage.

● **785.** Une salle de cinéma comprend des places à 1,50 NF, 1,20 NF et 0,80 NF. Il y a 2 fois plus de places à 1,20 NF qu'à 1,50 NF et le nombre de places à 0,80 NF est les $\frac{3}{4}$ du nombre de places à 1,20 NF. Sachant que le nombre des places à 1,20 NF dépasse de 50 le nombre de places à 0,80 NF, on demande :

1° le nombre des places de chaque catégorie;

2° la recette totale lorsque toutes les places sont occupées.

VINGT-DEUXIÈME LEÇON

PROBLÈMES D'ARITHMÉTIQUE (suite)

176. 6^e Exemple. — Problèmes portant sur des différences.

PROBLÈME I. — *Un vigneron calcule qu'en vendant sa récolte de vin 50 NF l'hectolitre il pourra acheter un champ et il lui restera 250 NF. Mais s'il vend son vin 45 NF l'hectolitre, il lui faudra déboursier 70 NF pour acquérir le champ. Trouver la quantité de vin récoltée et le prix du champ.*

La différence entre les deux prix de vente de la récolte est :

$$250 \text{ NF} + 70 \text{ NF} = 320 \text{ NF.}$$

Différence par hectolitre : $50 \text{ NF} - 45 \text{ NF} = 5 \text{ NF}$.

Nombre d'hectolitres de vin : $320 : 5 = 64 \text{ hl}$.

Prix du champ : $(50 \text{ NF} \times 64) - 250 \text{ NF} = 2 \text{ 950 NF}$.

ou $(45 \text{ NF} \times 64) + 70 \text{ NF} = 2 \text{ 950 NF}$.

PROBLÈME II. — *Deux ouvriers travaillent dans le même atelier. Le premier qui gagne 0,50 NF par jour de plus que le second a touché en fin de mois 37,50 NF de plus que lui. Sachant que le premier a travaillé 27 jours et le second 24 jours on demande le salaire journalier de chacun.*

En 24 jours le premier ouvrier gagne de plus que le second :

$$0,50 \text{ NF} \times 24 = 12 \text{ NF.}$$

La différence : $37,50 \text{ NF} - 12 \text{ NF} = 25,50 \text{ NF}$ représente le salaire du premier ouvrier pendant les $27 \text{ j} - 24 \text{ j} = 3 \text{ jours}$ où il a travaillé seul :

Salaire du 1^{er} ouvrier : $25,50 \text{ NF} : 3 = 8,50 \text{ NF}$.

Salaire du second : $8,50 \text{ NF} - 0,50 \text{ NF} = 8 \text{ NF}$.

VÉRIFICATION :

$$(8,50 \text{ NF} \times 27) - (8 \text{ NF} \times 24) = 229,50 \text{ NF} - 192 \text{ NF} = 37,50 \text{ NF.}$$

177. 7^e Exemple. — Problèmes dits de supposition.

PROBLÈME. — *Une usine emploie des ouvriers et des ouvrières. Le salaire journalier d'un ouvrier est 8 NF et celui d'une ouvrière est 7 NF. Le salaire*

total pour une journée est 744 NF. Trouver le nombre des ouvriers et celui des ouvrières sachant que le premier est le triple du second.

Lorsqu'une usine emploie une ouvrière, elle emploie 3 ouvriers et leur paie un salaire journalier de : $7 \text{ NF} + (8 \text{ NF} \times 3) = 31 \text{ NF}$.

Le nombre de groupes formés d'une ouvrière et de trois ouvriers est donc : $744 : 31 = 24$.

Il y a donc : 24 ouvrières,
et $3 \text{ ouv.} \times 24 = 72$ ouvriers.

VÉRIFICATION :

$$(8 \text{ NF} \times 72) + (7 \text{ NF} \times 24) = 576 \text{ NF} + 168 = 744 \text{ NF}.$$

178. 8^e Exemple. — Problèmes dits de fausse supposition.

PROBLÈME. — Une somme de 4,40 NF est formée par 34 pièces, les unes de 0,20 NF, les autres de 0,05 NF. Combien y-a-t-il de pièces de chaque sorte?

Supposons que les 34 pièces soient toutes de 0,05 NF. La somme totale serait : $0,05 \text{ NF} \times 34 = 1,70 \text{ NF}$.

La différence $4,40 \text{ NF} - 1,70 \text{ NF} = 2,70 \text{ NF}$ provient du remplacement d'un certain nombre de pièces de 0,05 NF par un nombre égal de pièces de 0,20 NF. Or chaque fois que l'on remplace une pièce de 0,05 NF par une pièce de 0,20 NF la somme totale augmente de $0,20 \text{ NF} - 0,05 \text{ NF} = 0,15 \text{ NF}$. Il faut donc effectuer $270 : 15 = 18$ fois cette opération. Autrement dit il y a : 18 pièces de 0,20 NF.

Et par suite : $34 - 18 = 16$ pièces de 0,05 NF.

VÉRIFICATION : $(0,20 \text{ NF} \times 18) + (0,05 \text{ NF} \times 16) = 3,60 \text{ NF} + 0,8 \text{ NF} = 4,40 \text{ NF}$.

179. 9^e Exemple — Composition d'un mélange ou d'un alliage.

PROBLÈME. — Un marchand mélange du vin à 0,60 NF le litre et du vin à 0,80 NF le litre. Il obtient ainsi 1 100 litres d'un mélange qui lui revient à 0,68 NF le litre. Combien a-t-il mélangé de vin de chaque sorte?

Ce problème peut, comme le problème précédent, se résoudre par fausse supposition en commençant par calculer le prix total du mélange. Il y a souvent intérêt à commencer par calculer les proportions du mélange.

En vendant 0,68 NF le litre de vin le marchand gagne 0,68 NF — 0,60 NF = 0,08 NF sur un litre à 0,60 NF et perd 0,80 NF — 0,68 NF = 0,12 NF sur un litre à 0,80 NF. Gains et pertes se compensent si le marchand vend simultanément 12 litres à 0,60 NF et 8 litres à 0,80 NF. Car :

$$0,08 \text{ NF} \times 12 = 0,12 \text{ NF} \times 8 = 0,96 \text{ NF}.$$

Le commerçant a donc fait son mélange en prenant :

12 litres à 0,60 NF pour 8 litres à 0,80 NF (20 l de mélange).
 ou 3 litres à 0,60 NF pour 2 litres à 0,80 NF (5 l de mélange).

Ce qui montre que les quantités de vin à 0,60 NF et à 0,80 NF sont proportionnelles à 3 et 2 (n° 173) :

$$\text{Quantité de vin à 0,60 NF : } \frac{1\ 100\ l \times 3}{5} = 660\ l.$$

$$\text{Quantité de vin à 0,80 NF : } \frac{1\ 100\ l \times 2}{5} = 440\ l.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{VÉRIFICATION : } 0,60\ \text{NF} \times 660 = 396\ \text{NF} \\ \phantom{\text{VÉRIFICATION : }} 0,80\ \text{NF} \times 440 = 352\ \text{NF} \\ \phantom{\text{VÉRIFICATION : }} 0,68\ \text{NF} \times 1\ 100 = 748\ \text{NF}. \end{array} \right\} \text{ Total : 748 NF.}$$

Disposition pratique. — Le procédé précédent de détermination des proportions d'un mélange conduit à la disposition pratique suivante (croix des mélanges) :

$$\begin{array}{l} \text{Prix supérieur : } 0,80\ \text{NF} \\ \text{Prix du mélange : } \\ \text{Prix inférieur : } 0,60\ \text{NF} \end{array} \begin{array}{c} \nearrow 8\ l \\ \searrow 12\ l \end{array} \left| \begin{array}{c} \text{ou} \\ \text{pour} \end{array} \right| \begin{array}{l} \frac{8\ l}{4} = 2\ \text{litres à } 0,80\ \text{NF} \\ \frac{12\ l}{4} = 3\ \text{litres à } 0,60\ \text{NF}. \end{array}$$

180. 10^e Exemple. — Problèmes à deux inconnues.

PROBLÈME. — *On achète une première fois 4 paquets de café et 3 kg de sucre pour 10,20 NF et une deuxième fois 3 paquets de café et 2 kg de sucre pour 7,40 NF. Quel est le prix du paquet de café et celui du kilogramme de sucre?*

Nous pouvons écrire :

- 1^{er} achat : 4 paquets de café + 3 kg de sucre valent 10,20 NF.
- 2^e achat : 3 paquets de café + 2 kg de sucre valent 7,40 NF.

Nous allons imaginer deux nouveaux achats comprenant tous deux 6 kg de sucre. Il suffit pour cela de doubler le premier achat et de tripler le second. On obtient :

- 3^e achat : 8 paquets de café + 6 kg de sucre valent 20,40 NF.
- 4^e achat : 9 paquets de café + 6 kg de sucre valent 22,20 NF.

La différence des prix dans ces deux achats provient de ce que le second comprend 9 — 8 = 1 paquet de plus. Donc :

- Prix du paquet de café : 22,20 NF — 20,40 NF = 1,80 NF.
- Le premier achat comprend donc : 1,80 NF × 4 = 7,20 NF de café.
- Prix de 3 kg de sucre : 10,20 NF — 7,20 NF = 3 NF.
- Prix du kg de sucre : 3 NF : 3 = 1 NF.

VÉRIFICATION : 1^{er} achat : $(1,80 \text{ NF} \times 4) + (1 \text{ NF} \times 3) = 10,20 \text{ NF}$.

2^e achat : $(1,80 \text{ NF} \times 3) + (1 \text{ NF} \times 2) = 7,40 \text{ NF}$.

EXERCICES

Exemple VI. — Problèmes portant sur des différences.

- **786.** En vendant les œufs qu'il porte au marché 0,18 NF pièce un paysan pourrait acheter 4 chemises et il lui resterait 3 NF. Il ne les vend que 0,16 NF pièce et il lui manque 2 NF pour effectuer son achat. Quel est le nombre d'œufs? Quel est le prix d'une chemise?
- **787.** Si un vigneron vend son vin 110 NF la barrique il fait un bénéfice de 3 240 NF. S'il ne le vend que 105 NF la barrique son bénéfice sera seulement de 2 970 NF. Calculer le nombre de barriques dont dispose le vigneron et le prix de revient de chacune.
- **788.** On met en loterie un objet d'art. Si on fixe le prix de vente du billet à 50 NF on fait un bénéfice de 15 000 NF. Si on le fixe à 40 NF le bénéfice est réduit à 7 000 NF. Calculer le nombre de billets émis et le prix de l'objet d'art.
- **789.** Une ménagère voulait acheter des mouchoirs à 1,50 NF pièce et il lui serait resté 3 NF. Mais les mouchoirs qu'elle désire sont maintenant à 1,80 NF et il lui manque alors 2,40 NF pour effectuer son achat. Combien de mouchoirs voulait-elle acheter et de quelle somme dispose-t-elle?
- **790.** Il vous manque 0,05 NF pour acheter une douzaine d'oranges, mais il vous reste 0,25 NF si vous achetez seulement 10 oranges. Quel est le prix d'une orange et de quelle somme disposez-vous?
- **791.** Deux ouvriers travaillent dans le même atelier. Le premier gagne 0,50 NF par jour de moins que le second mais il a travaillé 30 jours tandis que le second n'a travaillé que 24 jours. Sachant que le premier a gagné 33 NF de plus que le second, trouver le salaire de chacun.
- **792.** On a acheté 13 kg de beurre pour une certaine somme. Si le kilogramme de beurre avait coûté 0,70 NF de moins on aurait pu en acheter 1,4 kg de plus pour la même somme. Quel est le prix réel du kg de beurre?
- **793.** Plusieurs enfants se réunissent pour acheter un ballon de foot-ball. Chacun d'eux doit payer 1 NF. Au dernier moment trois d'entre eux ne peuvent payer et chacun des autres doit alors verser 1,25 NF pour acquitter le prix du ballon. Trouver le nombre d'enfants ayant participé à l'achat et le prix du ballon.
- **794.** Un banquet réunit un certain nombre de convives. Le prix du banquet a été fixé à 12 NF plus 10 % de service. Mais trois des convives sont invités et ne participent pas à la dépense, si bien que chacun des autres doit finalement payer 15,84 NF. Trouver le nombre total de convives.

Exemple VII. — Problèmes de supposition.

- **795.** Un négociant vend deux coupons d'une même pièce d'étoffe. Sur le premier coupon il fait un bénéfice de 2 NF par mètre. Sur le second dont la longueur est double de celle du premier il fait un bénéfice de 2,40 NF par mètre. Son bénéfice total est de 190,40 NF. Trouver la longueur de chacun des coupons.
- **796.** Deux ouvriers ont touché à eux deux 25,80 NF pour un travail effectué en commun. Le premier est payé 0,90 NF l'heure et le second 0,95 NF. Sachant que le second a travaillé pendant une durée égale aux $\frac{3}{4}$ du temps passé par le premier, déterminer la part de salaire qui revient à chacun.

- **797.** Un marchand de tissus achète une pièce à 12 NF le mètre. Il en revend les $\frac{3}{8}$ à 15 NF le mètre, $\frac{1}{4}$ à 14,50 NF le mètre et le reste à 14 NF le mètre. Il réalise ainsi un bénéfice total de 310 NF. Calculer la longueur de la pièce et le prix de vente total.
- **798.** Une usine emploie des ouvriers qu'elle paie 8 NF par jour, des ouvrières à 7,50 NF par jour et des apprentis à 4 NF par jour. Le nombre des ouvrières est le triple de celui des apprentis et le nombre des ouvriers dépasse de 7 le double de celui des ouvrières. Sachant que le salaire journalier s'élève à 652 NF, déterminer le nombre des ouvriers, celui des ouvrières et celui des apprentis.
- **799.** On a partagé un capital en 15 lots identiques. Les 5 premiers sont placés à 4 % pendant 9 mois, les 6 suivants sont placés à 4,5 % pendant 1 an et les derniers sont placés à 6 % pendant 16 mois. Le capital initial augmenté de ses intérêts s'élève alors à 236 100 NF. Trouver le capital initial.
- **800.** Une somme de 37,10 NF est formée de pièces de 0,02 NF, 0,05 NF, 0,10 NF et 0,20 NF. Le nombre de pièces de 0,02 NF est la moitié de celui des pièces de 0,05 NF et le tiers de celui des pièces de 0,10 NF. Quant au nombre des pièces de 0,20 NF il surpasse de 8 unités celui des pièces de 0,05 NF et de 0,10 NF. Trouver le nombre de pièces de chaque sorte.

Exemple VIII. — Problèmes de fausse supposition.

- **801.** Un libraire a vendu 28 livres, les uns à 3,60 NF, les autres à 4,50 NF pour une somme totale de 103,50 NF. Combien a-t-il vendu de livres de chaque sorte?
- **802.** Une somme de 160 NF est formée par 53 pièces, les unes de 5 NF, les autres de 2 NF. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte?
- **803.** Un élève reçoit 2 NF chaque fois qu'il est premier en composition et 1 NF lorsqu'il est second. Il a été récompensé 13 fois et a reçu 18 NF. Combien de fois a-t-il été premier et combien de fois second?
- **804.** Une salle de spectacle comprend des places à 1,20 NF et d'autres à 0,80 NF. On a vendu 750 billets et encaissé 640 NF. Combien de places de chaque catégorie a-t-on vendues?
- **805.** Une pièce d'étoffe de 72 m de long est vendue en deux coupons, le premier à raison de 36 NF le mètre et le second à raison de 34,50 NF le mètre. Le prix de vente total est 2 547 NF. Calculer la longueur de chaque coupon.
- **806.** La distance de deux villes est 840 km. Une voiture automobile parcourt cette distance en 13 heures. Une partie du trajet est faite à la vitesse horaire moyenne de 60 km et l'autre à la vitesse moyenne de 80 km. Quelle est la longueur de chacune des parties du trajet?
- **807.** Deux capitaux ont pour somme 20 000 NF. L'un est placé à 6 %, l'autre à 5 %. La somme de leurs intérêts annuels est 1 080 NF. Quel est le montant de chacun des capitaux?
- **808.** Une fermière possède des poules et des lapins, en tout 30 animaux. Sachant que le nombre total de leurs pattes est 84, trouver le nombre des poules et le nombre des lapins.
- **809.** Une somme de 1 060 NF est constituée par 30 billets, les uns de 50 NF, les autres de 10 NF. Quel est le nombre de billets de chaque espèce?
- **810.** On a payé 5 880 NF à 58 ouvriers pour 12 jours de travail. Les uns, ouvriers spécialisés, ont un salaire journalier de 10,50 NF. Les autres, manœuvres, sont payés 7 NF par jour. Combien y a-t-il d'ouvriers spécialisés et combien y a-t-il de manœuvres?
- **811.** Chaque fois qu'un élève est dans le premier tiers de la classe en composition son père lui donne 1,50 NF. Il est à l'amende de 0,50 NF dans le cas contraire. Après 18 compositions cet élève a un bénéfice de 13 NF. Combien de fois a-t-il été récompensé?

- **812.** On possède une somme de 5,10 NF en pièces de 0,05 NF, de 0,10 NF et de 0,20 NF. Il y a 42 pièces en tout et le nombre de pièces de 0,10 NF est égal au nombre de pièces de 0,20 NF. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte?
- **813.** Dans une fête, 32 mamans ont amené leurs enfants. Il y a 39 enfants.
 - 1° Vous supposerez d'abord que chaque maman est venue avec deux enfants ou avec un enfant. Vous calculerez combien de mamans sont venues avec deux enfants, combien avec un seul.
 - 2° En réalité, quelques mamans sont venues avec 3 enfants, d'autres avec 2, d'autres avec un seul. Combien peut-il y avoir de mamans venues avec 3 enfants? Il y a plusieurs réponses possibles. Pour chaque réponse vous direz combien de mamans sont venues avec 3 enfants, combien sont venues avec 2 enfants et combien avec un seul.

Exemple IX. — Composition d'un mélange.

- **814.** Un débitant mélange du vin à 0,64 NF le litre et du vin à 0,78 NF le litre. Dans quelle proportion doit-il effectuer le mélange pour obtenir du vin à 0,70 NF le litre?
- **815.** Un épicier achète du café à 5,40 NF le kilogramme et du café à 4,40 NF le kilogramme. Quel poids de café de chaque sorte doit-il mélanger pour obtenir du café qu'il pourra vendre 6 NF le kilogramme en faisant un bénéfice de 20 % sur le prix de revient?
- **816.** Deux lingots d'or, l'un au titre de 0,850, l'autre au titre 0,940 ont été fondus ensemble et ont donné un lingot unique au titre de 0,900. Sachant que le poids du premier lingot était de 480 g, calculer le poids du deuxième lingot.
- **817.** Un négociant mélange du riz à 1,50 NF le kilogramme et du riz à 1,20 NF le kilogramme. Il obtient ainsi 60 kg de riz qui lui reviennent à 1,38 NF le kg. Combien de riz de chaque qualité a-t-il mélangé?
- **818.** On a effectué un mélange de 100 kg de café en prenant du café à 4,20 NF le kg et du café à 4,60 NF le kg. Ce café revient à 438 NF. Calculer le poids du café de chaque qualité entrant dans le mélange.
- **819.** Le litre de lait pur pèse 1 030 g le litre. On a un lait coupé d'eau pesant 63,500 kg pour 62 litres. Combien de lait pur et combien d'eau contient-il?
- **820.** Un vigneron a vendu 240 hl de vin pour 12 600 NF. Une partie de ce vin est vendue 48 NF l'hectolitre et l'autre 66 NF l'hectolitre. Quelles sont les quantités de vin de chaque qualité vendues?
- **821.** On a acheté 120 kg de café à 4,80 NF le kg et une certaine quantité de café à 4,10 NF le kg. Sachant que le mélange de ces deux cafés revient à 4,60 NF le kg on demande le poids du café à 4,10 NF.
- **822.** Un récipient rempli aux $\frac{3}{5}$ contient de l'eau salée pesant 1 060 g par litre. On y ajoute 6 l d'eau pure. Chaque litre du mélange pèse alors 1 036 g par litre. Calculer la capacité du récipient.
- **823.** On possède un lingot d'argent au titre de 0,940 et un autre lingot au titre de 0,850. En les fondant ensemble on obtient un lingot de 3 240 g au titre de 0,885. Quels étaient les poids des lingots primitifs?

Exemple X. — Problèmes à plusieurs inconnues.

- **824.** On vend une première fois 3 canards et 4 poulets pour 68 NF puis une deuxième fois 2 canards et 3 poulets pour 48 NF. Quel est le prix d'un canard et celui d'un poulet?
- **825.** Un commerçant a vendu 5 m de toile et 10 m de drap pour 210 NF, puis une autre fois 27 m de toile et 23 m de drap pour 631,80 NF. Trouver le prix d'un mètre de toile et celui d'un mètre de drap.

- **826.** On a vendu 1 kg de café et 3 kg de sucre pour 10,52 NF, puis une seconde fois 9 kg de café et 13 kg de sucre pour 80,68 NF. Quel est le prix du kg de café et celui du kg de sucre?
 - **827.** Un ouvrier et un manœuvre ont travaillé pendant le mois de mai le premier 25 jours et le second 23. A eux deux ils ont reçu 916 NF. Le mois suivant l'ouvrier a travaillé 20 jours et le manœuvre 27 jours. Leur salaire s'est élevé à 879 NF. Quel est le salaire journalier de chacun?
 - **828.** Un éleveur possède 12 vaches et 16 moutons. Il vend 3 vaches et 5 moutons pour 1 450 NF. A ce prix il estime à 4 030 NF la valeur du reste de son troupeau. Calculer le prix d'une vache et celui d'un mouton.
 - **829.** Une fermière possède 45 poulets et 32 lapins. La valeur des poulets dépasse de 255 NF le prix des lapins. Elle a vendu 9 poulets et 7 lapins et retiré 46,50 NF de plus de la vente des poulets que de celle des lapins. Calculer le prix d'un poulet et celui d'un lapin.
 - **830.** Une ménagère a acheté 3 kg de riz et 5 kg de farine pour 8,80 NF. Sachant que le prix d'un kilogramme de riz surpasse de 0,10 NF celui de 4 kg de farine, on demande le prix du kg de riz et celui du kg de farine.
 - **831.** Une somme de 17 NF est formée de pièces de 1 NF en cupro-nickel pesant 6 g chacune et de pièces de 50 C en bronze d'aluminium pesant 8 g chacune. Le poids total de ces pièces est 142 g. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte?
 - **832.** 8 pièces de 5 C et 15 pièces de 10 C alignées côte à côte ont une longueur totale de 638 mm tandis que 12 pièces de 5 C et 9 pièces de 10 C ne font que 606 mm. Calculer le diamètre d'une pièce de 5 C et celui d'une pièce de 10 C.
 - **833.** Pour payer 3 mois de loyer un ouvrier donne son salaire de 11 journées de travail moins 1 NF tandis que pour payer 2 mois de loyer il faut donner son salaire de 7 j de travail plus 3 NF. Quel est le salaire journalier de cet ouvrier et quel est son loyer mensuel?
 - **834.** Un marchand vend une première fois 6 m de toile et 5 m de drap pour 142 NF, une deuxième fois 9 m de toile et 8 m de rayonne pour 164 NF. Calculer le prix du mètre de chaque étoffe, sachant qu'un mètre de drap vaut autant que 2 m de rayonne.
 - **835.** Un entrepreneur de transport possède 3 gros camions, 5 camions légers et 4 camionnettes. Sachant qu'il peut transporter 26 tonnes avec ses camions, 18 tonnes avec ses gros camions et ses camionnettes et 20 tonnes avec ses camions légers et ses camionnettes, trouver le chargement d'un gros camion, celui d'un camion léger et celui d'une camionnette.
-