Chapitre 10

Équations de droites

10.1 Vecteurs directeurs d'une droite

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

Définition 1
Un vecteur $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur d'une droite d s'il existe deux points distincts A et B de d tel que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$.

Remarque
Tout vecteur non nul colineaire à un vecteur directeur de d est aussi un vecteur directeur de d.

Propriété 1
Deux droites d et d' sont parallèles ssi un vecteur directeur de d et un vecteur directeur de d' sont colinéaires.

Propriété 2
Dans le plan muni d'un repère, un vecteur directeur de la droite d'équation réduite $y = ax + b$ est $\overrightarrow{u}(1; a)$.
a s'appelle le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine

Propriété 3
Soit A est un point du plan, $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et la droite d passant par A de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$. Un point M appartient à d ssi les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

10.2 Équations de droites

Propriété 4
Soit A un point, $\overrightarrow{u}$ non-nul et la droite d passant par A de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$. Un point M de d si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires.

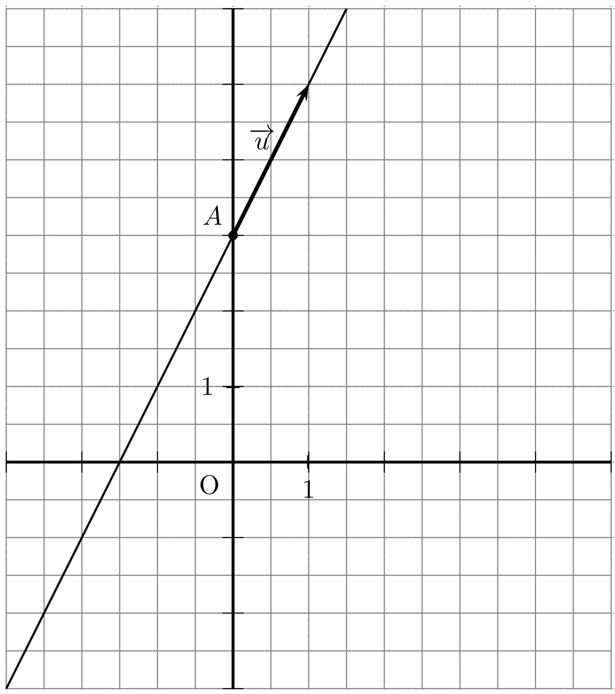
Remarque : cette propriété permet de déterminer une équation de la droite d.
En effet, $M(x; y) \in d$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires.
Posons $\overrightarrow{u}(-b; a)$ et $\overrightarrow{AM}(x - x_A; y - y_A)$ d'où :

$\overrightarrow{AM} \left| \begin{array}{l} x - x_A \\ y - y_A \end{array} \right.$ $\quad \overrightarrow{u} \left| \begin{array}{l} -b \\ a \end{array} \right.$ soit $a(x - x_A) + b(y - y_B) = 0$ d'où $ax + by - ax_A - by_A = 0$.

Propriété 5
La droite d'équation cartésienne d : $ax + by + c = 0$ admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}(-b; a)$.

Exemple :

Soit d la droite d'équation $2x - y + 3 = 0$, déterminer un point de d et un vecteur de directeur de d.
On a : pour $x = 0$, $0 - y + 3 = 0$ soit $y = 3$ la droite d passe par le point $A(0; 3)$ et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}(1; 2)$.
On peut ainsi tracer la droite d d'équation $2x - y + 3 = 0$.



Propriété 6
Cas général : deux droites d et d' d'équations respectives $ax+by+c = 0$ et $a'x+b'y+c' = 0$ sont parallèles si et seulement si $ab' - a'b = 0$.
Cas particulier : deux droites d et d' d'équations réduites $y = ax + b$ et $y = a'x + b$ sont parallèles si et seulement si $a = a'$ (elles ont le même coefficient directeur).

Cette propriété est une conséquence directe de la colinéarité des vecteurs directeurs de d et d'.

Remarque : Si $ab' - a'b = 0$ les droites peuvent être soit strictement parallèles soit confondues.

10.3 Résolution de système d'équations linéaires à deux inconnues

Présentation de la méthode (voir diaporama et exercices résolus)