On a

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{-\hbar^2}{2\mathrm{m}}\Delta\psi+U\psi$$

il veut la solution pour une particule libre de masse m donc l'énergie mécanique est constante et son image ondulatoire aussi c'est a dire que le premier membre est une constante .

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=cte=[E]\psi=E\psi=H\psi$$ E est l’énergie mécanique de la particule qui reste constant même si l'énergie cinétique augmente dans le potentiel U qui diminue pour compensé le tout .

On doit résoudre $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=E\psi$, c'est facile

on a $\frac{\psi'}{\psi}=-i\hbar E\ \rightarrow\ \psi=\psi_0 e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$ la fonction dépend aussi de l'espace donc on incorpore la variable spatial

$$\psi(x,t)=\psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$$

Si E est positif il y a un problème vectoriel avec l'opérateur dans la théorie donc pas d'équation aux valeur propre mais un spectre continue et si E est négative on a une équation aux valeur propre et un spectre discret .