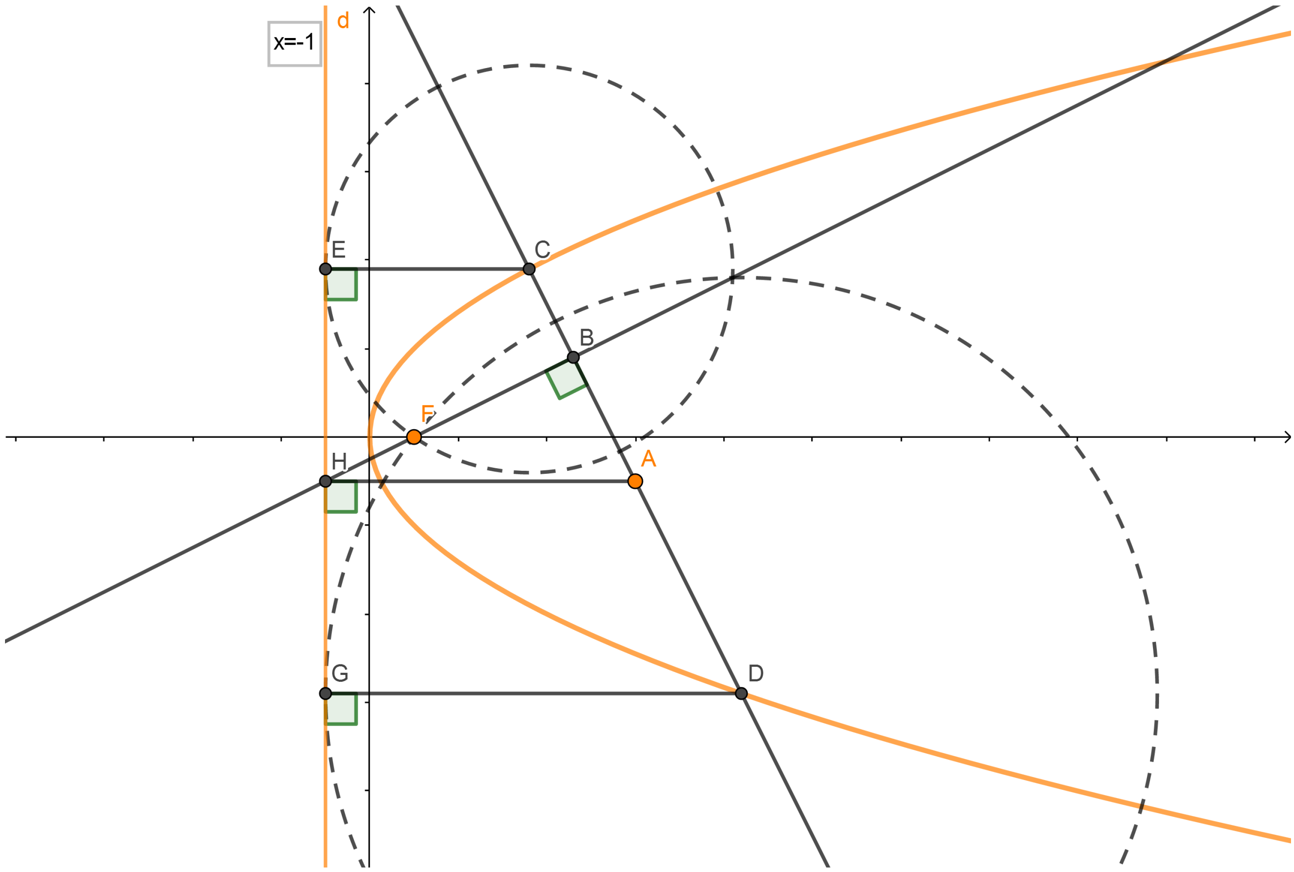
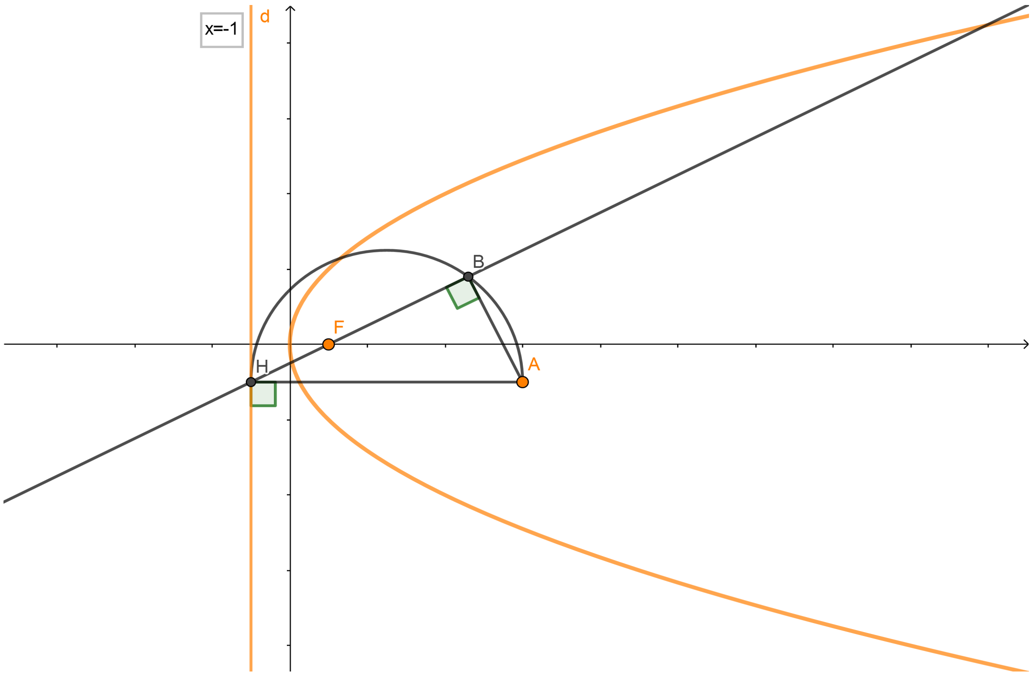
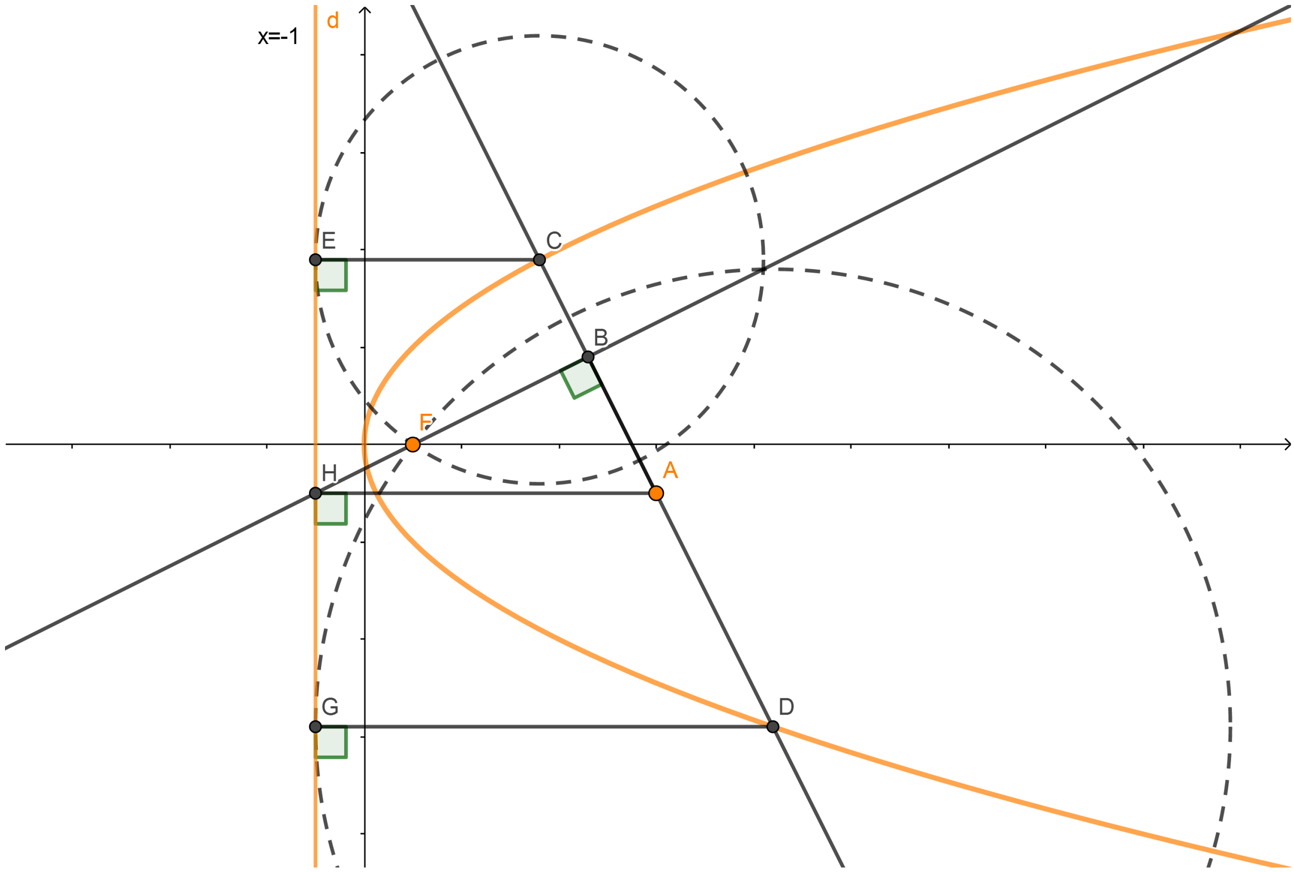
Analyse du problème :
J'ai supposé tracée la corde [DC] de milieu A,
F est le foyer et d la directrice de P (le tout en orange sur la figure)
D et C étant sur P ils sont équidistants de d et de F, donc les cercles de centre D et C passant par F sont tangents à d respectivement en G et E.
Soit H le projeté orthogonal de A sur d, comme A est milieu de [DC],H est milieu de [GE].
Donc HE = HG, HE² = HG² donc H est sur l'axe radical des deux cercles (égalité des puissances de H par rapport aux deux cercles),
Comme F est aussi sur cet axe, cet axe est (HF) et donc (HF) $\perp$ (DC).
On appelle B le point d'intersection de (DC) et (HF),



Réciproquement voyons comment construire (CD) en utilisant ce point B.



On projette orthogonalement A en H sur d et on trace le cercle de diamètre [AH], il coupe (HF) en B, Il ne reste plus qu'à prolonger le segment [AB] pour obtenir la corde [CD].



Vérifions que A est le milieu de la corde. On trace les cercles en pointillés passant par F et tangents à d, F est sur l'axe radical des deux cercles et (BF) est orthogonal à (CD) donc (BF) est l'axe radical des deux cercles. H est sur cet axe, donc EH=HG et par projection A milieu de [DC], donc [DC] est la corde cherchée.